



ИКОНОМИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА
ФАКУЛТЕТ „ИНФОРМАТИКА“
КАТЕДРА „СТАТИСТИКА И ПРИЛОЖНА
МАТЕМАТИКА“

Славей Генчева Желязкова

ВЪЗМОЖНОСТИ ЗА АНАЛИЗ НА ДИНАМИКАТА И
МОДЕЛИРАНЕ НА ВАЛУТНИТЕ КУРСОВЕ ПРЕЗ
ПРИЗМАТА НА ДЪЛГАТА ПАМЕТ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертационен труд
за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ по
професионално направление 3.8. Икономика,
докторска програма "Статистика и демография"

ВАРНА

2018

Дисертационният труд се състои от 281 страници.
Въведение – 3 страници
Основен текст (три глави) – 253 страници
Заключение – 10 страници
Приложения – 349 страници
Списък на литературните източници – 173 заглавия

Защитата на дисертационния труд ще се състои на г. от ч. в зала на Икономически университет – Варна на заседание на Научно жури, назначено със Заповед РД № 06-3599/25.10.2018 г. на Ректора на Икономически университет – Варна.

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се на интернет страницата на Икономически университет – Варна, www.ue-varna.bg.

ИКОНОМИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА
Факултет „Информатика“
Катедра „Статистика и приложна математика“

Славей Генчева Желязкова

**ВЪЗМОЖНОСТИ ЗА АНАЛИЗ НА ДИНАМИКАТА И
МОДЕЛИРАНЕ НА ВАЛУТНИТЕ КУРСОВЕ ПРЕЗ ПРИЗМАТА НА
ДЪЛГАТА ПАМЕТ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертационен труд
за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ по
професионално направление 3.8. Икономика, докторска програма
„Статистика и демография“

НАУЧЕН КОНСУЛТАНТ:
Доц. д-р Маргарита Ламбова

НАУЧНО ЖУРИ:

- 1. Проф. д-р Веселин Иванов Хаджиев**
- 2. Доц. д-р Маргарита Николова Ламбова**
- 3. Проф. д-р Поля Георгиева Ангелова**
- 4. Проф. д-р Николай Стоянов Стоенчев**
- 5. Доц. д-р Екатерина Александрова Тошева**

РЕЦЕНЗЕНТИ:

- 1. Проф. д-р Веселин Иванов Хаджиев**
- 2. Проф. д-р Николай Стоянов Стоенчев**

ВАРНА
2018

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от заседание на катедра „Статистика и приложна математика” при Икономически университет – Варна.

Авторът е асистент в катедра „Статистика и приложна математика” при Икономически университет – Варна и докторант на самостоятелна подготовка към същата катедра. Изследванията и разработката са извършени в Икономически университет – Варна.

Автор: Славя Генчева Желязкова

Заглавие: Възможности за анализ на динамиката и моделиране на валутните курсове
през призмата на дългата памет

Тираж:..... бр.

Отпечатан в Печатна база на Икономически университет – Варна

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Актуалност на темата

Първите проучвания на дългата памет са в областта на природните науки и минават десетилетия преди концепцията за дълга памет да бъде отнесена към финансовите пазари и в частност към валутния пазар. Въпросът, който занимава изследователите е колко време е необходимо, за да затихне ефектът от шока (непредвидими събития, довели до рязък скок или спад на валутния курс, както и допринесли за големи колебания (волатилност) на валутния пазар). При процесите с ред на интегрираност нула ефектът от шока е кратковременен и бързо затихва, а при тези с ред на интегрираност единица – ефектът от шока е вечен. При ред на интегрираност d между 0 и 1, т.е. при дробноинтегрирани процеси, ефектът от шока не е вечен, но затихва бавно. Тук могат да бъдат разгледани два случая – при $d \in (0; 0,5)$ процесът е стационарен с дълга памет, а при $d \in [0,5; 1)$ – процесът е нестационарен, но се връща към средната си, т.е. случайните шокове нямат дългосрочен ефект. Вторият случай се нарича от някои изследователи нестационарна дълга памет.

Изследванията на дългата памет са свързани със специфичен инструментариум – нови специално разработени тестове, развитие на моделите на динамиката с оглед инкорпориране на дългата памет в тях. Интересът към дългата памет, отнесен към финансови динамични редове, е стимул за разработване на нови тестове и модели, които преодоляват недостатъци на наличните. Именно недостатъците на прилагания инструментариум в голяма част от случаите са причина за получаване на противоречиви резултати при множеството изследвания за наличието на дълга памет в измененията на валутните курсове. Налице са дори изследвания с едни и същи данни, които достигат до диаметрално противоположни заключения. Въпросът, който ни занимава, е какви са възможностите и ограниченията на съществуващите към настоящия етап тестове и модели и при съвместното им приложение може ли да се достигне до добре обосновано заключение относно наличието на дълга памет в измененията на валутните курсове.

2. Обект и предмет на изследване

Обект на изследване в дисертационния труд са дневните валутни курсове спрямо щатския долар на страни с плаващ валутен курс съгласно класификацията на МВФ: AUD/USD, BRL/USD, CAD/USD, CHF/USD, EUR/USD, GBP/USD, JPY/USD,

MXN/USD, NOK/USD, NZD/USD, SEK/USD и ZAR/USD. Информацията за тях е от базата данни на Федералния резерв на САЩ.

Предмет на изследването е динамиката на валутните курсове през призмата на дългата памет.

3. Цел и задачи на дисертационния труд

Целта на дисертационния труд е въз основа на данни за валутните курсове за периода от 3 януари 2000 г. до 1 март 2017 г. с помощта на апробация да се осъществи сравнителен анализ на специфични иконометрични модели и тестове за дълга памет.

За постигане на така поставената цел в дисертационния труд е необходимо решаването на следните **изследователски задачи**:

1. Критичен преглед на реализираните изследвания на дългата памет на измененията на валутните курсове и на волатилността им и разкриване на същността, проблемните моменти и ограничения при прилагането на специфични тестове и иконометрични модели на динамиката при отчитане на дългата памет.
2. Изследване на динамиката и сравнителен анализ на непараметрични и полупараметрични тестове за дългата памет на база резултатите от приложението им за валутните курсове.
3. Моделиране на динамиката на валутните курсове чрез специфични модели, даващи възможност за представяне на дългата памет, оценени на основата на подходящо разпределение и тестване на тяхна основа хипотезата за наличие на дълга памет.

4. Изследователска теза на дисертационния труд

Изследователската теза, която се защитава в настоящото изследване е, че до научно обосновано заключение за наличието на дълга памет в измененията на валутните курсове не може да се достигне при едностранчиво приложение на конкретен тест или модел, а е необходимо да се направи избор от набора на тестове и модели, съобразен с особеностите на изследваните динамични редове.

5. Методология на изследването

При настоящото изследване се прилагат индуктивния и дедуктивния подход, като се използват освен класическите статистически методи и иконометрични модели и такива, разработени специално за тестване и моделиране на дългата памет, някои от

които като адаптация на вече съществуващи методи. Основна трудност при изследването на дългата памет представлява липсата на софтуер, в който е налична цялата колекция от тестове и модели, представящи дългата памет. Затова използваният софтуер е разнообразен. Част от тестовете, които не присъстват в специализирания софтуер, или е необходимо комбиниране на резултати от няколко продукта са реализирани в Excel. Използван е и математически софтуер – Matlab, в който са разработени или адаптирани процедури за приложение на определени методи, които не бяха открити в иконометричните софтуерни продукти. Някои от класическите методи са реализирани в SPSS и Eviews, но при специфичните тестове и модели е използван продукта Stata и два специализирани софтуерни продукта, които работят в средата на OхMetrics – Arfima и G@RCH.

6. Ограничения на изследването

Ограниченията, наложени в изследването са свързани преди всичко с данните, с които работим. Избрани са дневни валутни курсове, като не се разглеждат месечни и тримесечни данни, при които би следвало превесът да бъде на макроикономическите модели за детерминиране на валутния курс, вместо на моделите на динамиката. Разгледани са само дванадесет валутни курса спрямо щатския долар за страни с плаващ валутен курс, които не изчерпват всички такива. Друго ограничение е избраният период, който по продължителност съответства на множество други изследвания на валутните курсове, но ни ограничава при разкриване на недостатъците на някои от методите, които се проявяват при работа със сравнително къси динамични редове.

7. Аprobация на дисертационния труд

Дисертационният труд е обсъден на три заседания на катедра "Статистика и приложна математика" при Икономически университет – Варна. По темата на дисертацията са публикувани една статия и три доклада.

II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Дисертационният труд е структуриран във въведение, три глави, заключение, използвана литература и приложения:

Въведение

Глава първа. Методология на изследването на дългата памет на валутните курсове

- 1.1. Валутните курсове в контекста на изследването на дългата памет
- 1.2. Тестове за дълга памет – теоретичен преглед и проблемни моменти
- 1.3. Възможности за моделиране на динамиката при отчитане на дългата памет

Глава втора. Анализ на динамиката на валутните курсове и тестове за дълга памет

- 2.1. Основни характеристики на динамиката на валутните курсове
- 2.2. Тестове за единичен корен и връзката им с дългата памет
- 2.3. Непараметрични и полупараметрични тестове за дълга памет
- 2.4. Сравнителен анализ на тестовете за дълга памет

Глава трета. Модели на дългата памет на валутните курсове

- 3.1. Изследване разпределението на първите разлики на логаритмите на валутните курсове във връзка с оценката на моделите
- 3.2. ARFIMA модели на валутните курсове
- 3.3. Моделиране дългата памет на волатилността на валутните курсове

Заключение

Използвана литература

Приложения

III. КРАТКО ИЗЛОЖЕНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Глава първа

МЕТОДОЛОГИЯ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО НА ДЪЛГАТА ПАМЕТ НА ВАЛУТНИТЕ КУРСОВЕ

Първа глава на дисертационния труд представлява теоретичната основа на направеното изследване. В нея се разглеждат възможностите на представените методи за изследване на дългата памет и до какви резултати и проблеми е довело приложението им от други автори при валутните курсове.

В първа точка на първа глава се прави обосновка на избора на разглежданите валутни курсове и критичен преглед на множество изследвания на дългата памет на валутните курсове.

Изборът на валутни курсове спрямо щатския долар е предопределено от доминантната му роля на валутния пазар. Според проучване, провеждано от Банката за международни разплащания (BIS) на всеки три години през месец април, относителният дял на щатския долар в оборота на валутния пазар по данни от централните банки е 87,6% за 2016 г. Тази стойност, макар и по-ниска в сравнение с относителния дял през 2001 г. – 89,9%, е по-висока от показаната при предходните две проучвания през 2010 г. и 2013 г. Точно обратното се наблюдава при еврото, за което относителният дял от оборота на валутния пазар намалява от 39% през 2010 г. на 33,4% през 2013 г. и на 31,4% през 2016 г. В дисертационния труд се работи със спот-курсове, които се използват при сделки с незабавна доставка (обикновено до два дни), като форуърд- курсовете не са обект на изследване. Според проведеното изследване от BIS през април 2016 г. на щатския долар се пада 83,8% от обема на спот-транзакциите, което отново потвърждава доминантната му роля. Много по-нисък е дялът на еврото – 31,4%, като след него се нареждат японската йена с 23,9%, британската лира с 12,8%, австралийският долар с 8,7%, канадският долар с 6,3%. За останалите валути относителният дял е под 5%.

Обект на изследване в дисертационния труд са дневните валутни курсове спрямо щатския долар на страни с плаващ валутен курс съгласно класификацията на МВФ: AUD/USD, BRL/USD, CAD/USD, CHF/USD, EUR/USD, GBP/USD, JPY/USD, MXN/USD, NOK/USD, NZD/USD, SEK/USD и ZAR/USD. Информацията за тях е от

базата данни на Федералния резерв на САЩ, като AUD/USD, EUR/USD, NZD/USD и GBP/USD са определени като реципрочни стойности на съответните им валутни курсове по системата за пряко котиране (щатски долари за единица чужда валута).

Предмет на изследването е динамиката на валутните курсове през призмата на дългата памет, което налага изясняване на понятието дълга памет.

Дългата памет се свързва с ефекта от шока – при редовете с дълга памет той не е вечен, за разлика от редовете с ред на интегрираност единица, но този ефект затихва бавно, в сравнение с редовете с ред на интегрираност нула, при които ефектът е кратковременен и бързо затихва. Следователно дългата памет се обвързва с реда на интегрираност d на динамичния ред. Тук могат да бъдат разгледани два случая – при $d \in (0; 0,5)$ процесът е стационарен с дълга памет, а при $d \in [0,5; 1)$ процесът е нестационарен, но се връща към средната си, т.е. случайните шокове нямат дългосрочен ефект, което се нарича от някои от изследователите „нестационарна дълга памет“.

Дългата памет се дефинира на основата на поведението на автокорелационната функция и спектралната плътност при честоти, в близост до нулевата. Съгласно McLeod & Nipel (1978) процесът има дълга памет, ако редицата от частичните суми на абсолютните стойности на автокорелационните коефициенти не е сходяща (Baillie, 1996). Baillie (1996) дава и друга по-широка дефиниция за дълга памет, според която автокорелационната функция на тези процеси при високи стойности на лага k е пропорционална на k^{2d-1} . Дългата памет се дефинира и на основата на спектралната плътност – при редовете с дълга памет при честоти λ , близки до нулевата, тя е пропорционална на λ^{-2d} .

Интересът към дългата памет на валутните курсове датира от 90-те години на миналия век, няколко десетилетия по-късно от първите изследвания на дългата памет в природните науки. В дисертационния труд е направен критичен преглед на редица изследвания на дългата памет на доходността, представена чрез първите разлики на логаритмите на валутните курсове, и на волатилността им. Разгледаните публикации са групирани в зависимост от приложените методи в тях: непараметрични и полупараметрични методи, ARFIMA модели и модели на дългата памет във волатилността на валутните курсове. **От направения преглед на изследванията на дългата памет на валутните курсове са направени следните обобщения:**

1. Голяма част от посочените проблеми и противоречия при прегледаните изследвания се дължат на недостатъци и несъвършенства на прилаганите от изследователите

методи и в редки случаи на тяхното непознаване. Противоречиви резултати се получават при изследванията на различни автори с едни и същи данни, когато методът е приложен в първоначалния си вариант, а след това с направените последващи модификации, целящи отстраняване на откритите недостатъци.

2. Изследванията на доходността на валутните курсове не показват еднозначно, че при тях е налице дълга памет – при някои от изследванията за определени валутни курсове за разглеждания от автора период, такава е установена, а при други изследвания с приложението на същите методи – не.
3. Относно наличието на дълга памет във волатилността на валутните курсове, почти всички изследвания показват наличието на такава, както при приложението на непараметрични и полупараметрични методи, така и на основата на експериментирани FIGARCH или техни производни модели на волатилността с включена дълга памет.
4. В повечето изследвания се разглеждат голям брой валутни курсове, но авторите им се ограничават при избора на методи до сравнително малък брой такива, които дори не покриват трите групи: непараметрични, полупараметрични и параметрични.

Във връзка с посоченото по-горе, може да бъде изведена необходимостта от едно комплексно изследване, при което не само да се сравнят резултатите за различни валутни курсове, но и да се приложат повечето от най-известните и утвърдени методи за изследване на дългата памет. Такова изследване, освен че ще даде възможност да бъдат направени обосновани заключения за наличието на дълга памет в доходността или волатилността на разглежданите валутни курсове, но ще направи възможно сравнението на възможностите на тези методи за изследване на дългата памет, както и да разкрие техните ограничения и да даде препоръки за приложението им, които могат да бъдат използвани при други емпирични изследвания на дългата памет.

Във втора точка на първа глава са представени редица непараметрични и полупараметрични тестове за дълга памет, като е обърнато внимание на някои техни недостатъци и възможностите за преодоляването им.

Разгледаните непараметрични тестове за дълга памет се основават на R/S статистиката, която представлява нормиран чрез стандартното отклонение вариационен размах на кумулативните отклонения от средната величина. От една страна, те могат да се базират на оценката на параметъра на дълга памет d , от друга – на самата R/S статистика, която се използва като тестова величина. За тях в дисертационния труд са направени следните обобщения:

1. R/S подходът може да се използва за оценка на параметъра на дробно диференциране d като се приложи процедурата на Hauser & Reschenhofer (1995). При нея динамичният ред се разделя на няколко динамични реда с еднаква дължина K , които не се припокриват, след което за всеки един от тях се определя $R_{(p,K)}/S_{(p,K)}$ и получените стойности се осредняват. Това се повтаря за различни стойности на K и се тъй като R_K/S_K статистиката, изчислена за ред с дължина K е пропорционална на K^H при $0 < H < 1$, то това може да се използва за оценка на H , наричан коефициент на Hurst, а на негова основа се определя оценката на параметъра на дълга памет d ($d = H - 1/2$).
2. Основен недостатък на класическата R/S статистика на Hurst-Mandelbrot, е че краткосрочната памет на реда не е взета предвид при конструирането ѝ. При наличие на такава, дисперсията на частичните суми не е просто сума от дисперсиите на индивидуалните компоненти, а трябва да включва и автоковариациите.
3. При модифицираната R/S(q) статистика на Lo (1991) за изчисляването на $S(q)$ освен квадратите на отклоненията от средната величина е включена и претеглена сума от автоковариациите до лаг q . Основното ѝ предимство пред класическата R/S статистика е, че тя е чувствителна към наличието на дълга памет, като нейното разпределение не се влияе от краткосрочните зависимости в реда, независимо от вида им. Авторът ѝ представя таблица с квантилите на разпределението ѝ от порядък 0,005 до 0,995, които могат да се използват при проверка на хипотезата за отсъствие на дълга памет (коефициент на Hurst $H = 0,5$) при алтернативна хипотеза за наличие на дълга памет ($0,5 < H < 1$).
4. R/S(q) тестът на Lo (1991) работи много добре при редовете, които имат само краткосрочна памет – при тях почти винаги вярната нулева хипотеза се приема. Той е консервативен, освен ако при относително малък брой наблюдения се избере висока стойност на q . При ниско съотношение между q и броя на наблюденията, с нарастване стойността на q намалява емпиричният размер на теста. Мощността на критерия нараства с увеличаване на броя на наблюденията и намалява с повишаване на стойността на максималния лаг q . Определената по формулата на Andrews (1991) оптимална стойност на q нараства при повишаване на стойността на d и следователно колкото стойността на параметъра на дълга памет е по-висока, толкова е по-вероятно нулевата хипотеза за отсъствие на дълга памет да бъде

приета. Затова се препоръчва да се работи с множество стойности на q , а не с една единствена.

Освен непараметричните, в дисертационния труд са представени и полупараметрични методи за оценка на параметъра на дълга памет. Тяхното предимство пред параметричните е, че те не изискват точно дефиниране на процеса, генериращ данните – не се интересуват от спецификацията на компонентите на реда, които представят краткосрочната памет. Сред полупараметричните методи най-често се прилагат методите на лог-периодограмната регресия и методът на Whittle, които се основават на основната характеристика на редовете с дълга памет, според която спектралната им плътност при честоти, близки до нулевата е пропорционална на λ^{-2d} , т.е. може да се представи като $G\lambda^{-2d}$ при $\lambda \rightarrow 0+$.

При метода на лог-периодограмната регресия, предложен от Geweke и Potter-Hudak (1983), GPH оценката на параметъра на дълга памет d се получава като оценка на параметъра пред фактора в регресионен модел, в който като зависима променлива участва логаритъма на периодограмата $y_j = \ln I(\lambda_j)$, а като фактор $x_j = -\ln\{4\sin^2(\lambda_j/2)\}$, където $\lambda_j = 2\pi j/T$ ($j = 1 \dots m$) са първите m хармонични честоти. Първоначално авторите на метода правят експерименти при $m = T^\gamma$ ($\gamma = 0,5; 0,6; 0,7$) и препоръчват да се избира по-ниска стойност на m , когато оценките на d са чувствителни към избора на m .

Разгледани са модификациите на лог-периодограмната регресия, предложени от Robinson (1995) и Phillips (1999). Robinson (1995) доразвива идеята на Künsch (1986) да се разглеждат честотите в близост до нулевата, но същевременно не твърде близо до нея, защото можем да бъдем заблудени от наличието на макар и незначителна детерминистична тенденция, като я съчетава с осредняване на стойностите на периодограмата за две или повече съседни хармонични честоти. Освен това разработва и многомерен вариант на теста за дълга памет на база на лог-периодограмната регресия, който позволява проверка на хипотезата за равенство на параметрите на дълга памет за разглежданите динамични редове. Phillips (1999) разглежда дискретната трансформация на Fougier при дробно интегрирани процеси и предлага използването на модифицирана лог-периодограмна регресия, на чиято основа се получава оценка на d , която е състоятелна, както при стационарни, така и при нестационарни процеси. Разпределението на модифицираната оценка \tilde{d} не се различава от разпределението на GPH оценката \hat{d} , получена на основата на класическата лог-периодограмна регресия,

приложена към стационарни процеси.

В дисертационния труд се разглежда и методът на Whittle, който също е от групата на полупараметричните методи за получаване на оценки на d . В първоначалния си вариант той е разработен от Künsch (1987) и Robinson (1995a)¹ и при него оценката на d се основава на Гаусовата функция на правдоподобие, в която участват първите m хармонични честоти в близост до нулевата. Оценките на d се наричат локални оценки на Whittle (LW) или Гаусови полупараметрични оценки. В търсенето на универсален метод за оценка на d , който да е подходящ, както за стационарни, така и за нестационарни процеси Phillips (1999) предлага да се използва точната дискретна трансформация на Fourier за реда X_t^2 , вместо тази, основана на приблизителна форма на връзката между $w_x(\lambda_j)$ и $w_u(\lambda_j)$, валидна само за стационарни процеси. Реализация на тази идея са модифицираната лог-периодограмна регресия, която носи неговото име и точните локални оценки на Whittle (ELW), които са състоятелни и асимптотично нормално разпределени за всички стойности на d , при условие че оптимизацията се извършва в интервал с максимална ширина $\frac{9}{2}$, според доказателствата на Shimotsu & Phillips (2005).

В дисертационния труд също се разглежда подходът на Velasco (1999a) за решение на проблема с оценяването на d при наличието на детерминистична тенденция, изразяващ се в използването на прозорци за трансформирането на данните. Той показва също, че дори при нестационарни или необратими процеси оценките на d са състоятелни и асимптотично нормално разпределени, ако се използват подходящи прозорци от класа на Zhurbenko-Kolmogorov, чиито частни случаи са прозорците на Parzen и на Bartlett.

Съчетание на двата подхода са предложените от Shimotsu (2010) двустъпкови ELW оценки на d . При определянето им се прилага модифициран вариант на целевата функция, използвана при ELW оценките, в която неизвестната средна се замества от линейна комбинация от средната аритметична величина, изчислена от членовете на реда и първия член на реда, а на първата стъпка се определя LW оценката на d при приложение на прозорци от класа на Zhurbenko-Kolmogorov, които отговарят на изискването за ортогоналност на Velasco (1999a).

¹ Robinson използва вместо параметъра на дълга памет d , коефициента на Hurst H , който е равен на $d + 1/2$, но ние в изложението ще представяме преобразувания вариант на формулите, в който H е заместено с $d + 1/2$. Той нарича оценките на H по предложения от него метод – Гаусови полупараметрични оценки.

² $(1 - L)^d X_t = u_t$

За свойствата на полупараметричните оценки на d , разгледани в дисертационния труд могат да бъдат направени следните обобщения:

1. При $d \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ GPH и LW оценките на d , както и техните модификации, са състоятелни и асимптотично нормално разпределени.
2. Сравнението на разпределението на LW оценките на d , за които $m^{1/2}(\hat{d} - d) \xrightarrow{D} N(0, 1/4)$, с разпределението на GPH оценките, за които $m^{1/2}(\hat{d} - d) \xrightarrow{D} N(0, \pi^2/24)$, показва, че LW оценките на d са асимптотично по-ефективни от GPH оценките.
3. LW и GPH оценките на d са състоятелни при нестационарни редове, за които $d \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$, и несъстоятелни при $d > 1$, като вероятностната им граница е единица ($\hat{d} \xrightarrow{p} 1$). При наличие на детерминистичен тренд от степен $\alpha > \frac{1}{2}$ вероятностната граница на LW и GPH оценките на d е единица.
4. GPH оценките на d са изместени, когато се прилага към нестационарни или необратими процеси и не са инвариантни по отношение на първите разлики, т.е. оценката на d , определена въз основа на изходните данни не е равна на едно плюс оценката на d , определена въз основа на първите разлики.
5. Двустъпкови ELW оценки на d са състоятелни при $d > -\frac{1}{2}$ (като се изключат стойностите в непосредствена близост до 0 и 1) и са асимптотично нормално разпределени ($m^{1/2}(\hat{d}_{ELW} - d) \xrightarrow{D} N(0, 1/4)$) при $d \in \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ ($d \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$, когато е приложено отстраняване на тренда).

В трета точка на първа глава са разгледани модели на динамиката с инкорпорирана дълга памет.

За моделиране динамиката на доходността на валутните курсове с представяне както на краткосрочната динамика, така и на дългата памет, могат да бъдат използвани ARFIMA модели. Моделирането на волатилността на валутните курсове с отчитане на дългата памет може да бъде реализирано чрез FIGARCH модели и техни производни като HYGARCH и FIAPARCH моделите. Съчетаването на ARFIMA моделите с FIGARCH или техните производни може да се използва като база за тестване наличието на дуална дълга памет. Обърнато е внимание и на възможностите за оценка на параметрите на тези модели по метода на максималното правдоподобие на базата на нормалното разпределение, t-разпределение, генерализираното разпределение на

грешките (GED) и асиметричното t-разпределение.

От направения преглед на моделите на динамиката с включена дълга памет и методите за оценяването им могат да бъдат направени следните обобщения:

1. Редовете с къса памет могат да се представят като реализация на ARMA(p,q) процес, а тези с дълга памет като реализация на ARFIMA(p,d,q) процес. Hosking (1981) разглежда трансформациите, при които ARFIMA(p,d,q) процесът се превръща в ARFIMA(0,d,0) и в ARMA(p,q) процес и на тази основа разработва процедура за оценка на параметрите на ARFIMA(p,d,q) модела. По своята същност тази процедура е двустъпкова. При двустъпковите процедури първоначално се оценява параметъра на дробно диференциране чрез някой от полупараметричните методи. На втората стъпка се оценяват останалите параметри на модела на основата на трансформирания чрез приложения оператор на дробно диференциране $(1 - L)^d$ изходни данни.
2. При едностъпковите процедури за оценка на параметрите на ARFIMA(p,d,q) модела, всички параметри на модела се оценяват едновременно. Такава процедура е предложена от Fox & Taqqu (1986), която представлява апроксимация на подхода на максималното правдоподобие, основан на нормалното разпределение, при предположение за стационарност и нормално разпределение на изходните данни.
3. Процедурата, предложена от Sowell (1992) за оценка на параметрите на ARFIMA(p,d,q) модела също е едностъпкова, но при нея се използва точният метод на максималното правдоподобие, а не апроксимация на метода. Тя също се основава на предположението за нормално разпределение и стационарност на изходните данни. При числовата оптимизация определянето на глобалният максимум на функцията на правдоподобие, а не на някой от локалните максимуми, зависи от избора на стартови стойности за параметрите на модела.
4. По подобие на приложената трансформацията на ARIMA модела, която го превръща в ARFIMA модел, ако операторът за намиране на първата разлика $(1 - L)$ в IGARCH модела се замени с оператора за дробно диференциране $(1 - L)^d$ се получава нов клас модели – FIGARCH, които представят дългата памет в условната дисперсия.
5. FIGARCH моделът, подобно на GARCH модела, може да се представи като безкраен ARCH модел (ARCH(∞)). Davidson (2004) препоръчва разграничението на моделите на волатилността от класа на ARCH(∞) да бъде не на такива къса и дълга памет, а на такива с "хиперболична" памет (като FIGARCH) и такива с

"геометрична" памет (като GARCH и IGARCH) във връзка с различните темпове, с които ефектът на шока върху волатилността затихва. Той предлага нов модел, който нарича хиперболичен GARCH (HYGARCH) модел, който представлява двукомпонентен модел – линейна комбинация от GARCH и FIGARCH компонент, като е заложено равенство на съответните параметри във FIGARCH и GARCH компонентите на модела.

6. FIAPARCH моделите са друг клас модели на волатилността с включена дълга памет, които дават възможност за представяне на асиметричната реакция на волатилността на "положителните" и "отрицателните" шокове.
7. Методът на максималното правдоподобие, използван за оценка на параметрите на разглежданите модели, се основава на предположението за разпределението на остатъчния компонент на модела. В много случаи предположението за нормално разпределение на остатъчния компонент не е оправдано. Тогава е необходимо да се избере разпределение, което е подходящо за конкретните данни и същевременно нормалното разпределение да се оказва негов частен случай.
8. За случаите, при които разпределението е симетрично, но се характеризира с тежки опашки (наднормален ексцес) е препоръчително методът на максималното правдоподобие да се основава на t-разпределение на Student. Друго разпределение, което е симетрично и има за частен случай нормалното разпределение, като същевременно дава възможност за представяне на разпределения както с наднормален, така и с поднормален ексцес, е генерализираното разпределение на грешките, предложено от Subbotin (1923).

Разпределение, при което е възможна едновременно асиметричност и ексцес, различен от този на нормалното разпределение, е асиметричното t-разпределение, предложено от Hansen (1994). Lambert & Laurent (2001) доразвиват идеята на Fernandez & Steel (1998) за трансформиране на симетрично едномодално разпределение на непрекъснатата случайна величина в асиметрично като предлагат стандартизираното асиметрично t-разпределение. Именно то, заедно с нормалното, t-разпределение и GED може да бъде използвано при оценка на моделите от класа на FIGARCH и производни на него по метода на максималното правдоподобие.

Глава втора

АНАЛИЗ НА ДИНАМИКАТА НА ВАЛУТНИТЕ КУРСОВЕ И ТЕСТОВЕ ЗА ДЪЛГА ПАМЕТ

Във втора глава на дисертационния труд интересът е насочен към тестване наличието на дълга памет в доходността на валутните курсове, представена като първи разлики на логаритмите им, и волатилността им, апроксимирана чрез квадратите на първите разлики на логаритмите. Резултатите от приложените тестове на основата на валутните курсове, както и при използване на генерирани от нас данни, се използват за реализиране на сравнителен анализ на силните и слабите страни на използваните в изследването непараметрични и полупараметрични тестове за дълга памет.

В първа точка на втора глава се характеризира динамиката на валутните курсове на основата на автокорелационната функция и спектралния анализ, като целта е да се направи връзка с дефиницията за дълга памет. При наличие на дълга памет автокорелационната функция при високи стойности на лага k е пропорционална на k^{2d-1} , а спектралната плътност при честоти λ , близки до нулевата, е пропорционална на λ^{-2d} .

От направения преглед на корелограмите и графиките на спектралната плътност могат да бъдат направени следните обобщения:

1. Корелограмите за логаритмите на валутните курсове имат вид на намаляващата линейната функция, което е типично за нестационарните динамични редове.
2. Корелограмите за квадратите на първите разлики на логаритмите на валутните курсове наподобяват хипербола, което е характерно за редовете, които се характеризират с дълга памет на волатилността.
3. При първите разлики на логаритмите на валутните курсове се установяват статистически значими коефициенти на автокорелация при много високи лагове, което може да ни насочи към тестване на хипотезата за дълга памет. За разлика от корелограмите за квадратите на първите разлики на логаритмите, тук графичният образ не показва по категоричен начин, че е налице дълга памет в доходността на разглежданите валутни курсове.
4. Реализираният спектрален анализ за доходността на валутните курсове показва, че циклите с най-съществен принос за вариацията са с относително малък период – от два до тридесет дни, като изключение правят BRL/USD, JPY/USD и

MXN/USD. Графиките на спектралната плътност нямат типичния вид за редовете с дълга памет.

5. При квадратите на първите разлики на логаритмите на разглежданите валутни курсове периодът на най-значимите цикли многократно надвишава едногодишния. Графиките на спектралната плътност за първите сто хармонични честоти са показателни за наличие на дълга памет във волатилността на разглежданите валутни курсове. Единствено при CHF/USD, за да стане това видно, за изглаждане на перидограмата се прилагат плъзгащите се средни с двойно по-голяма ширина на прозореца на Parzen, в сравнение с използваната ширина 7 при другите валутни курсове.
6. Инспектирането на направените графики на спектралната плътност за първите сто хармонични честоти ни дават основание да считаме, че е подходящо да бъде приложена идеята на Robinson (1995) за изключване на първите няколко хармонични честоти и допълнителното усредняване с цел намаляване на колебанията при намиране на оценките на параметъра на дълга памет чрез полупараметрични методи.

Във втора точка на втора глава се прилагат известните в литературата тестове за единичен корен (разширеният тест на Dickey – Fuller (ADF), тестът на Phillips – Perron (PP) и тестът Kwiatkowski – Phillips – Schmidt – Shin (KPSS)), като предварително се разглежда доколко е възможно те да разграничат дробно интегрираните процеси с дълга памет от тези, интегрирани от ред единица или нула.

От прегледаните изследвания за приложението на тестовете за единичен корен при дробноинтегрирани процеси и резултатите от реализираните тестове за разглежданите валутни курсове са направени следните обобщения:

1. При стационарни дробноинтегрирани процеси ($d < 0,5$) мощността на DF и PP теста е много висока. При ADF теста се наблюдава обратна зависимост между мощността на критерия и максималния лаг. При високи стойности на лага е много малко вероятно ADF тестът да разграничи $I(1)$ от дробно интегриран $I(d)$ процес. При дробно интегрирани процеси мощността на бутстрап версията на ADF теста е винаги по-висока от тази на обикновения ADF тест, макар че при нестационарните дробно интегрирани процеси и двата варианта на теста не се характеризират с висока мощност.
2. При малък брой наблюдения и стойности на параметъра на дълга памет d близки до нула, както и при високи стойности на максималния лаг, KPSS тестът е по-

мощен в сравнение с модифицирания тест на Lo за дълга памет, който има подобна конструкция. Дясностранният KPSS тест е състоятелен срещу $d \in (0; \frac{1}{2})$, които стойности на d се асоциират с дълга памет, а лявостранният тест е състоятелен срещу $d \in (-\frac{1}{2}; 0)$. KPSS тестът не може да разграничи състоятелно процес с единичен корен от такъв с нестационарна дълга памет $d \in (\frac{1}{2}; 1)$. Препоръчва се използването на прозореца на Parzen, вместо този на Bartlett, за да бъде KPSS тестът състоятелен срещу $I(d)$ алтернативи.

3. Приложените ADF, PP и KPSS тестове показват при възприетото равнище на значимост 5%, че логаритмите на разглежданите валутни курсове са реализация на нестационарен процес.
4. При логаритмите на MXN/USD е налице освен стохастична и детерминистична тенденция.
5. Динамичните редове за първите разлики на логаритмите на разглежданите валутни курсове са стационарни според приложените тестове при възприетото равнище на значимост 5%. Не се наблюдават противоречия между резултатите от ADF и PP тестовете, от една страна, и KPSS теста – от друга, които да са сигнал за наличие на дълга памет в доходността на валутните курсове.

В трета точка на втора глава са представени резултатите от разгледаните в първа глава непараметрични и полупараметричните тестове за дълга памет, приложени за доходността и волатилността на валутните курсове. Основна трудност е липсата на интегриран софтуер, в който да са налични разглежданите непараметрични и полупараметрични тестове за дълга памет. Тестовете на основата на R/S статистиката и лог-периодограмната регресия са реализирани в продукта Stata като се използват команди, дефинирани чрез потребителски програми, които са част от архива на статистически софтуерни компоненти SSC (Boston College Statistical Software Components archive). Основната част от тях (gphudak.ado, modlpr.ado и roblpr.ado) са разработени от Chrisopher Baum от Boston College в съавторство с Vince Wiggins (служител на StataCorp LP), а lomodrs.ado е с автори Chrisopher Baum и Tairi Room от Boston College. Оценките на коефициента на Hurst са изчислени в продукта Gretl.

Методът на Whittle за определяне на оценките на d е приложен на основата на разработен от Katsumi Shimotsu пакет от потребителски функции elwcode10, които работят в средата на Matlab. В него са включени функции за намиране на LW оценките

на d , както и на двустъпкови ELW оценки на d със или без приложена трансформация по отстраняване на тенденцията. При двустъпковите ELW оценки на d на първата стъпка е предвидено LW оценката на d да се получи при използване на прозорци от класа на Zhurbenko-Kolmogorov. Във функцията `veltaper` е предвидено да се работи с порядък 2 и 3, които отговарят на прозореца на Bartlett и на Kolmogorov, а ние сме добавили във функцията и порядък 4, който съответства на прозореца на Parzen, защото както Velasco (1999a) посочва той също изпълнява изискването за ортогоналност. Освен това е разработена потребителска програма за намиране на оценките на d за доходността и волатилността на валутните курсове, като се използват функциите от пакета `elwcode10` при стойности на $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,70$, и е добавено определянето на емпиричната характеристика на статистическия критерий за тестване наличието на дълга памет. Тази програма се използва и на следващия етап от изследването, когато се прилага за симулирани от нас данни за дробноинтегрирани процеси.

Проблеми възникнаха при многомерния тест на Robinson (1995), при който командата `goblr` се наложи да бъде приложена многократно (3366 пъти) за получаване на необходимите резултати от F-теста за равенство на параметъра на дълга памет във волатилността за всеки два от дванадесетте валутни курса за стойности на $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,90$. В тази връзка считаме, че е препоръчително разширяването на възможностите на командата `goblr` в многомерния вариант, което би спестило много усилия на изследователя. Нашите усилия в тази посока не дадоха резултат, поради използване от авторите на командата на препратки към специфични процедури на Stata, с които не сме запознати³.

Изследването на дългата памет на доходността и волатилността на валутните курсове на основата на непараметрични и полупараметрични методи позволява следните основни изводи:

1. Непараметричният тест за дълга памет, който се основава на модифицирана $R/S(q)$ статистика на Lo (1991), показва наличието на дълга памет във волатилността на всички валутни курсове с изключение на CHF/USD. Тестът, приложен за първите разлики на логаритмите на валутните курсове, показва единствено при доходността на BRL/USD наличието на дълга памет.
2. Установени са статистически значими GPH оценки и оценки на Robinson за параметъра на дълга памет при доходността на AUD/USD, BRL/USD и GBP/USD,

³ Не напразно един от авторите на командата е служител на StataCorp LP.

като само за BRL/USD оценките се получават при широк диапазон на броя на хармоничните честоти, включени в лог-периодограмната регресия. Освен при тези три валутни курса, чрез модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips, с приложено отстраняване на линеен тренд към логаритмите на валутните курсове косвено⁴, са установени в добавка статистически значими оценки на d за доходността на CAD/USD и EUR/USD, а при приложението на метода на Whittle и за SEK/USD, при условие, че за CAD/USD и EUR/USD не са получени статистически значими двустъпкови ELW оценки, а за CAD/USD е получена една статистически значима LW оценка при $\gamma = 0,42$. При доходността на CHF/USD са установени статистически значими **отрицателни оценки на d** въз основа на всички полупараметрични методи, което показва, че редът на интегрираност на логаритмите на разглеждания валутен курс е по-малък от единица.

3. Директното оценяване на d по метода на модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips въз основа на първите разлики на логаритмите на валутните курсове дава **смуцаващи резултати** – с малки изключения почти всички оценки на d са статистически значими. Разликите им със съответните стойности на GPH оценките са много големи, надвишаващи дори единица, като единствено при оценките на d за доходността на BRL/USD – те са сравнително малки – от 0,007 до 0,070. **Считаме, че когато методът се прилага при стационарни редове – той отчита коректно наличието на дълга памет, където тя обективно съществува, но дава фалшиво положителни резултати за редовете, където такава не е налична. Това противоречи на твърдението на автора на метода, че той дава удовлетворителни резултати и при стационарни редове.**
4. GPH тестът, както и този въз основа на модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips при $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,70$ потвърждават резултатите от непараметричния тест на Lo (1991) за наличието на дълга памет във волатилността на всички разглеждани валутни курсове, с изключение на CHF/USD. Приложеното осредняване от две съседни хармонични честоти при модифицираната лог-периодограмна регресия на Robinson (1995) води до получаване на статистически значими оценки на параметъра на дълга памет за волатилността на CHF/USD, както и за останалите валутни курсове. LW и двустъпковите ELW оценки на d за квадратите на първите разлики на логаритмите на валутните курсове са

⁴ Оценките са получени като разлика с единица на оценката на d за логаритмите на съответните валутни курсове.

статистически значими за всички стойности на $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,70$, при които са определени, с изключение на тези за BRL/USD при $\gamma = 0,40, 0,41$ и $0,42$ и за CHF/USD при $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,60$, което потвърждава резултатите от преди това реализираните тестове за наличие на дълга памет във волатилността на валутните курсове. Подредбата на валутните курсове във възходящ ред според медианата на оценките на параметъра на дълга памет за волатилността е различна в зависимост на база кой от методите са получени те, но последните пет места с най-високи стойности на d се заемат от NZD/USD, EUR/USD, CAD/USD, NOK/USD и SEK/USD, като само последните два запазват местата си при всички разгледани полупараметрични методи.

5. При реализираните тестове (общо 3366) за равенство на параметъра на дълга памет във волатилността на основата на оценките на Robinson за всеки два от дванадесетте валутни курса (общо 66 ненаредени двойки) при $\gamma = 0,40; 0,41; \dots 0,90$, (общо 51 стойности) се установи, че резултатът от теста зависи от броя на хармоничните честоти, включени при намиране на оценките – само при две от двойките – (EUR/USD, NOK/USD) и (NOK/USD, SEK/USD) нулевата хипотеза се приема при всички стойности на γ , ако се работи с равнище на значимост 5%. При $\gamma = 0,55$ и $0,65^5$ разликата между оценките на параметъра на дълга памет за волатилността не е статистически значима за следните 11 ненаредени двойки: (AUD/USD, NZD/USD); (BRL/USD, JPY/USD); (BRL/USD, ZAR/USD); (EUR/USD, NOK/USD); (EUR/USD, NZD/USD); (EUR/USD, SEK/USD); (GBP/USD, JPY/USD); (GBP/USD, ZAR/USD); (JPY/USD, ZAR/USD); (NOK/USD, NZD/USD) и (NOK/USD, SEK/USD).

В четвърта точка на втора глава е реализиран сравнителен анализ на предимствата и недостатъците на разгледаните непараметрични и полупараметрични методи за оценка на d на основата на данни за валутните курсове, както и генерираните допълнително редове. Той позволи да бъдат разкрити особеностите на приложение на специфичните методи за анализ на дългата памет, да се сравнят техните възможности и да бъдат направени препоръки за приложението, както и да бъдат разкрити условията, при които не е препоръчително тяхното използване и рисковете, които то крие. В тази

⁵ Изборът им се обуславя от това, че преобладаващата част от медианите за оценките на параметъра на дълга памет при $\gamma=0,40;0,41;\dots0,90$ се получават за $\gamma=0,65$ или стойности, близки до тази, а при $\gamma=0,40;0,41;\dots0,70$ за $\gamma=0,55$ или близки стойности. Това също са стойностите, с които работят голяма част от изследователите при търсене на оценки на параметъра на дълга памет чрез полупараметричните методи.

връзка могат да бъдат направени следните изводи относно непараметричните и полупараметричните методи за изследване на дългата памет:

1. Непараметричният $R/S(q)$ тест на L_0 успешно разграничава стационарните процеси с ред на интегрираност нула, т.е. без дълга памет. За да може отхвърлянето на нулевата хипотеза за отсъствие на дълга памет да се интерпретира като наличие на такава е **необходимо тестът да се прилага при стационарни динамични редове.**
2. GPH оценките, оценките на Robinson и класическите LW оценки на d не са подходящи, както при наличие на детерминистична тенденция, така и при нестационарни редове, за които се предполага ред на интегрираност поне единица – т.е. за които ADF тестът не позволява отхвърляне на нулевата хипотеза при възприетото равнище на значимост, а същевременно при KPSS теста се отхвърля нулевата хипотеза за стационарен динамичен ред. В тези случаи оценките се получават много близки до единица и се отклоняват съществено от действителната стойност на параметъра d . **Оценките на Phillips при наличие на детерминистична тенденция се стремят към нулевата стойност, за разлика от другите оценки въз основа на лог-периодограмната регресия. При двата гранични случая ($d=0$ и 1) методът на Whittle дава добри резултати, за разлика от модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips.**
3. Оценките на d въз основа на модифицираната лог-периодограмна регресия на Robinson са **особено подходящи за случаите, при които се наблюдават значителни колебания в спектралната плътност при честотите в близост до нулевата.**
4. Методът на модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips дава **фалшиво положителни резултати за наличие на дълга памет при стационарни редове, което противоречи на твърдението на автора на метода, че е препоръчително приложението му при нестационарни редове, но той дава удовлетворителни резултати и при стационарни редове. Високата вариация на оценките на d , получени при различен брой хармонични честоти в близост до нулевата, може да се разглежда като индикация за фалшива дълга памет при стационарните редове.** Основното предимство на метода на Phillips, изтъкнато от автора, да работи добре при нестационарни редове, където методите, основаващи се на класическата лог-периодограмна регресия са неприложими, е до известна степен **надценено.** Методът се справя добре при нестационарни редове, за които $0,5 < d < 1$, но когато

$d > 1$, резултатите се влошават с нарастването на стойността на d , като при стойности на d , близки до 2, само оценките, получени при участие на много малък брой хармонични честоти в близост до нулевата не се отклоняват съществено от истинската стойност на параметъра.

5. Двустъпковите ELW оценки на d са единствените от разгледаните, които могат да претендират за универсалност. Те са подходящи, както за стационарни, така и за нестационарни динамични редове. Инвариантни са по отношение на първите разлики – оценките, получени от изходните данни са с единица по-високи от съответните им въз основа на първите разлики.
6. При наличие на линейна тенденция приложените прозорци на Bartlett, Kolmogorov и Parzen не дават резултат при редовете, за които $d < 1$ и двустъпковите ELW оценки на d се отклоняват съществено от истинската стойност на d . Използваните прозорци се справят с детерминистичната тенденция, когато тя е съчетана със стохастична и ефектът от тях е по-добър при по-високи стойности на d . При $d > 1$ колкото стойностите на d са по-близки до единица, толкова по-голям брой хармонични честоти трябва да бъдат включени при намирането на оценките, за да има желания ефект от използването на разглежданите прозорци от класа на Zhurbenko-Kolmogorov.
7. За разлика от несигурния ефект от приложението на подхода на Velasco (1999a) за справяне с тенденцията, намирането на отклоненията от трендовия модел работи както при LW оценките, така и при двустъпковите ELW оценки на d , независимо от броя на хармоничните честоти, които участват при определянето им. Затова е препоръчително да не се разчита на използването на подхода на Velasco, а той да се комбинира с намирането на отклоненията от трендовия модел.
8. Недостатък на двустъпковите ELW оценки на d е, че преобладаващата част от тях се получават по-ниски от заложената при генерирането на данните стойност на d . Тази разлика е по-голяма при оценките, получени при участие на малък брой хармонични честоти в близост до нулевата, въпреки че не е статистически значима при възприетото от нас равнище на значимост 5%. Съмнението за изместеност надолу на оценките се потвърди от направените симулации на дробноинтегрирани процеси (1000 повторения при дължина на реда, съответстваща на тази за разглежданите валутни курсове). Установи се, че изместеността на оценките намалява с увеличаване на броя на хармоничните честоти в близост до нулевата, включени при получаване на оценките. В тази връзка е препоръчително

двустъпковите ELW оценки на d да не се определят при участие на малък брой хармонични честоти, в близост до нулевата.

Глава трета

МОДЕЛИ НА ДЪЛГАТА ПАМЕТ НА ВАЛУТНИТЕ КУРСОВЕ

Трета глава на дисертационния труд е продължение на изследването на дългата памет, реализирано във втора глава с приложение на непараметрични и полупараметрични тестове. В нея са експериментирани модели на динамиката на валутните курсове с инкорпорирана дълга памет, на основата на които са реализирани параметричните тестове за дълга памет в доходността и волатилността на валутните курсове.

В първа точка на трета глава е изследвано разпределението на доходността на валутните курсове, защото същественото отклонение от нормалното разпределение трябва да бъде отчетено при намирането на оценките на моделите на динамиката с включена дълга памет. Приложените тестове за съгласуваност с нормалното разпределение са представени в следните четири групи: тестове, основани на емпиричната функция на разпределението (тест на Колмогоров-Смирнов (Lilliefors), тест на Cramer-von Mises, тест на Watson и тест на Anderson-Darling); тестове, основани на коефициентите на асиметрия и ексцес (тест на Jarque & Bera тестове на D'Agostino & Pearson) регресионни и корелационни тестове (тест на Shapiro & Francia) и χ^2 тест за съответствие. От тях тестовете, основани на емпиричната функция на разпределението и χ^2 тестът се използват и за тестване съгласуваността с **GED, с t-разпределението с параметри за положение и мащаб и с асиметричното t-разпределение**. Тези разпределения, освен нормалното, се използват за оценка на параметрите на експериментираните ARFIMA-FIGARCH модели на валутните курсове и техни производни.

За приложението на теста на D'Agostino & Pearson сме разработили потребителска функция в Matlab, тъй като тестът не беше наличен в продуктите, с които работим. За реализиране на тестовете на основата на емпиричната функция на разпределение (тест на Колмогоров-Смирнов (Lilliefors), тест на Cramer-von Mises, тест на Watson и тест на Anderson-Darling) **бе адаптирана функцията lillietest в Matlab**, като бяха добавени останалите тестове от групата и освен нормалното разпределение бяха включени **GED, t-разпределението с параметри за положение**

и мащаб и асиметричното t-разпределение. Проблемът, който трябваше да бъде разрешен на този етап от изследването беше **определянето на критичните стойности** при тестовете на основата на емпиричната функция на разпределение. Това се наложи, защото параметрите на разпределението, с което се тества съответствието, не са предварително зададени, а се оценяват въз основа на данните. Затова се наложи **добавяне в разработената потребителска функция в Matlab на Монте Карло експерименти по предложената от Stephens (2016) процедура за определяне на критичните стойности на тестовете за съответствие с разглежданите разпределения.** В хода на провеждането на тези експерименти възникна проблем с намирането на оценките на параметрите на GED, защото в част от случаите не се получаваха резултати, въпреки че случайните извадки са генерирани на основата на GED. Проблемът беше решен със **залагане в процедурата на възможност за експерименти с различни начални стойности**, а когато и това не дава резултат, в реализираната от нас процедура е **използвана възможността за контрол на грешката.** Така процедурата не прекъсва безрезултатно, а продължава с генериране на следващата извадка до натрупване на желания от нас брой симулации – в случая 10000, на чиято основа се определя по емпиричен път разпределението на статистическия критерий, със съответните процентни точки или се намира р-величината, която съответства на емпиричната характеристика на статистическия критерий. За да бъде възможно реализирането на χ^2 теста за съответствие в Excel, предварително **в Matlab бяха разработени потребителски програми за определяне на величините на функцията на разпределението на GED, t-разпределението с параметри за разположение и мащаб и асиметричното t-разпределение за горните граници на груповите интервали.**

От направеното изследване на разпределението на първите разлики на логаритмите на разглежданите валутни курсове могат да бъдат направени следните изводи⁶:

1. Разпределението на доходността на всички разглеждани валутни курсове съществено се отклонява от нормалното разпределение, като се характеризира с наднормален ексцес и асиметрия – отрицателна (лява) за BRL/USD, CAD/USD, CHF/USD, EUR/USD, JPY/USD и SEK/USD и положителна (дясна) за останалите валутни курсове. "Омнибус" тестът на D'Agostino – Pearson, тестът на Jarque – Bera,

⁶ При всички приложени тестове възприетото равнище на значимост е 0,05.

тестът на Shapiro – Francia, χ^2 тестът за съответствие и тестовете въз основа на емпиричната функция на разпределението еднозначно показват, че **разглежданите емпирични разпределения не се съгласуват с нормалното разпределение.**

2. Тестовете на основата на емпиричната функция на разпределение (тестът на Колмогоров-Смирнов (Lilliefors), тестът на Cramer-von Mises, тестът на Watson и тестът на Anderson-Darling) **показват съответствие между емпиричното разпределение на стандартизираните първи разлики на логаритмите на разглежданите валутни курсове с асиметричното t-разпределение и t-разпределение с параметри за положение и мащаб.** Съгласно резултатите от тези тестове с GED се съгласуват стандартизираните първи разлики на логаритмите на: CAD/USD, CHF/USD⁷, EUR/USD, JPY/USD, NOK/USD и SEK/USD.
3. Според χ^2 теста за съответствие, разпределението на стандартизираните първи разлики на логаритмите на EUR/USD е единственото разпределение от разглежданите, което се съгласува с GED, но не се съгласува с никое от другите разглеждани разпределения. С асиметричното t-разпределение, съгласно резултатите от χ^2 теста, не се съгласуват само стандартизираните първи разлики на логаритмите на EUR/USD и GBP/USD, а с t-разпределение с параметри за положение и мащаб – AUD/USD, BRL/USD, EUR/USD, GBP/USD, MXN/USD и NZD/USD.

Във втора точка на трета глава са реализирани параметрични тестове за наличие на дълга памет в доходността на изследваните валутни курсове на основата на експериментирани ARFIMA модели в пакета със същото име, разработен от Ooms & Doornik и работещ в средата на OxMetrics. За оценка на параметрите на моделите се прилага методът на максималното правдоподобие и нелинейният метод на най-малките квадрати. При метода на максималното правдоподобие ключова роля играят стартовите стойности за параметрите на модела. От избора им зависи дали при числовата оптимизация ще бъде определен глобалният максимум на функцията на правдоподобие, а не някой от локалните максимуми. За начална стойност на параметъра на дълга памет се използва GPH оценката по метода на лог-периодограмната регресия при брой на хармоничните честоти, участващи при оценка на модела, равни на $m = T^{0,5} = \sqrt{T}$, само ако е статистически значима при възприето

⁷ При теста на Anderson-Darling, който дава по-голяма тежест на отклонението на емпиричната от теоретичната функция на разпределението при опашките на разпределението, за разлика от другите тестове от същата група, нулевата хипотеза за съответствие между емпиричното разпределение и GED се отхвърля при риск за грешка $\alpha=0,05$.

равнище на значимост 0,05. В противен случай за стартова стойност се приема нулата. При намирането на оценките на параметрите по метода на максималното правдоподобие са наложени ограничения за стационарност и ако оценките на параметрите на модела не отговарят на тези ограничения, то тези оценки се отхвърлят и оптимизацията продължава. Следователно не е възможно като крайни оценки да бъдат получени такива, които не отговарят на изискванията.

Нелинейният метод на най-малките квадрати се разглежда от автора си Bergan (1995) като приблизителен метод на максималното правдоподобие и негови предимства са, че не изисква стационарност на динамичния ред и е асимптотично ефективен при хетероскедастичност на остатъчния компонент. При този метод на основата на сумата на квадратите на остатъчния компонент се дефинира функция, която представлява противоположната стойност на логаритъма на стандартната грешка на оценките. Тази функция, за разлика от функцията на правдоподобие не се основава на предположението за нормално разпределение на остатъчния компонент, но по подобие на нея при числовата оптимизация се определят оценките на параметрите на модела, за които функцията има максимум.

От експериментираните ARFIMA модели за доходността на валутните курсове могат да бъдат направени следните обобщаващи изводи:

- 1. За първите разлики на логаритмите на AUD/USD приложеният непълнен ARFIMA(2, d, 10) модел с включени авторегресионни компоненти от първи и втори ред и компоненти на плъзгащи се средни от втори и десети ред показва наличието на дълга памет, като оценката на параметъра на дълга памет, получена по метода на максималното правдоподобие (0,1248) е близка до тази, получена по нелинейния метод на най-малките квадрати (0,1263).**
- 2. За първите разлики на логаритмите на BRL/USD LR тестът показва, че следва да бъде предпочетен пълният пред непълния ARFIMA(2, d, 11) модел. Оценката на параметъра на дълга памет от този модел, получена по метода на максималното правдоподобие (0,1090) е близка по стойност до тази, получена по нелинейния метод на най-малките квадрати (0,1014), като и двете са статистически значими.**
- 3. При първите разлики на логаритмите на CAD/USD, CHF/USD, EUR/USD, GBP/USD, JPY/USD, MXN/USD, NOK/USD, NZD/USD SEK/USD и ZAR/USD параметричният тест за дълга памет на основата на експериментираните ARFIMA модели показва отсъствие на такава.**

4. **Най-подходящият модел за динамиката на логаритмите на CHF/USD, JPY/USD и ZAR/USD е моделът на случайно блуждаене RW3, което е в подкрепа на слабата форма на хипотезата за ефективност на валутния пазар.** Това се потвърждава от приложените тестове на частното на дисперсиите с корекция за хетероскедастичност и множествения VR тест.
5. За всички приложени ARFIMA модели разпределението на остатъчния компонент съществено се отклонява от нормалното и е налице автокорелация в квадратите на остатъчния компонент. Това налага на следващия етап от изследването ARFIMA или ARMA моделите да бъдат **оценени заедно с модел на волатилността при използване на подходящо разпределение.**

В трета точка на трета глава изследването продължава с реализирането на модели на волатилността на разглежданите валутни курсове с включена дълга памет, оценени едновременно с подходящи ARFIMA или ARMA модели за първите разлики на логаритмите им, от които **могат да бъдат направени следните изводи:**

1. За първите разлики на логаритмите на AUD/USD, BRL/USD, CHF/USD, GBP/USD, MXN/USD, NOK/USD, NZD/USD и ZAR/USD като най-подходящо разпределение за оценка на параметрите на ARFIMA-FIGARCH моделите и техните производни по метода на максималното правдоподобие е избрано **асиметричното t-разпределение.** При първите разлики на логаритмите на CAD/USD, EUR/USD, JPY/USD и SEK/USD изборът на най-подходящо разпределение за оценка на параметрите на моделите се ограничава до GED и t-разпределение, защото при асиметричното разпределение оценката на параметъра на асиметричност се оказва статистически незначима. Ако се основаваме на информационните критерии, би следвало **при CAD/USD и EUR/USD да бъде предпочетено GED, а при JPY/USD и SEK/USD – t-разпределение.**
2. **Параметричните тестове за дълга памет във волатилността** на база експериментиранияте FIGARCH модели **потвърждават наличието на такава** подобно на непараметричните и полупараметричните тестове. Според оценките на параметъра на дълга памет за волатилността разглежданите валутни курсове се нареждат в следния възходящ ред: NZD/USD, MXN/USD, CHF/USD, SEK/USD, NOK/USD, ZAR/USD, GBP/USD, JPY/USD, BRL/USD, AUD/USD, CAD/USD, EUR/USD, като тази подредба се различава от направената на база полупараметричните методи.

3. **При първите разлики на логаритмите на BRL/USD** се установява наличието на дуална дълга памет въз основа на ARFIMA (2, d, 7) FIGARCH (1, d, 1) модела.
4. Налице е **асиметрична реакция на волатилността на BRL/USD, MXN/USD, NZD/USD и ZAR/USD** на "положителните" и "отрицателните" шокове според приложените FIAPARCH (1, d, 1) модели.
5. **Подходящият модел за волатилността на BRL/USD, NOK/USD и ZAR/USD е HYGARCH моделът**, който може да се разглежда като линейна комбинация от FIGARCH и GARCH модел.

При моделирането на дългата памет на валутните курсове също бе достигнато до изводи, свързани с използваните модели:

1. Прилагането на дробно диференциране при избраната от нас, макар и статистически значима GPH оценка на d , и използването на **двустъпкова процедура за определяне на оценките на ARFIMA модела може да доведе до изкривяване на краткосрочната динамика на разглеждания динамичен ред.**
2. Резултатите от теста на Ljung-Box, показващи съществена автокорелация в остатъчния компонент на ARFIMA модела могат да бъдат повлияни от хетероскедастичността на остатъчния компонент. Затова е **препоръчително използването на теста на частното на дисперсиите на Lo & MacKinlay (1987) с корекция за хетероскедастичност.**
3. **Използването на различните разпределения при получаване на оценките на модела се отразява съществено на ARFIMA частта на модела. Моделирането на волатилността чрез FIGARCH модел, едновременно с ARFIMA модела за равнището на реда се отразява съществено на оценките на параметрите на ARFIMA модела.**
4. **Отстраняването на параметъра на дълга памет d-Arfima от ARFIMA-FIGARCH модела оказва съществено влияние върху оценките на параметрите на авторегресия и плъзгачи се средни, но не се отразява съществено на оценките на FIGARCH частта на модела.** Промяната на порядъка на ARFIMA моделите не се отразява съществено на оценката на параметъра на дълга памет във волатилността d-Figarch, която в съответните модели е много близка по стойност.
5. При ARFIMA-FIGARCH моделите **проблемът с автокорелацията в остатъчния компонент** на модела може да бъде решен не само с промяна на спецификацията на ARFIMA частта на модела, но и с **промяна на модела на волатилността.** При автокорелация в квадратите на остатъчния компонент на ARFIMA-FIGARCH

модела, ако повишаването на порядъка на FIGARCH частта на модела не дава нужния резултат, решение може да се търси в експериментирането на друг вид модели на волатилността с включена дълга памет, като FIAPARCH или HYGARCH моделите. Използването на FIGARCH модели от по-висок порядък от подходящия може да е причината за автокорелацията в квадратите на остатъчния компонент.

6. **Ролята на константата в модела е много важна при FIGARCH моделите и техните разновидности.** Двата варианта на спецификация на FIGARCH частта на модела – на BBM и Chung се различават единствено по мястото на константата в тях, а това се оказва, че се **отразява както на оценките на параметрите за нея, така и на параметрите на ARFIMA частта на модела.** Отстраняването на статистически незначимата константа води до голямо изменение на оценката на параметъра на дълга памет на волатилността при FIGARCH моделите и техните разновидности. Освен това **може да повлияе на избора между FIGARCH и HYGARCH спецификацията на модела за волатилността.** Отстраняването на константата, въпреки че не е статистически значима **се отразява и на заключението за наличие или отсъствие на асиметричната реакция на волатилността на "положителните" и "отрицателните" шокове.**
7. Ако в експериментирания FIGARCH(1, d, 1) модел оценката на параметъра пред ARCH(1) компонента не е статистически значима, това не винаги означава, че размерът на миналите шокове не е определящ за краткосрочната динамика на волатилността. Възможно е това да се дължи на необходимостта от разграничаване на ефекта на положителните и отрицателните шокове върху волатилността, което може да се постигне чрез FIAPARCH модел.
8. Подходящо е в G@RCH пакета за оценяване на ARFIMA-FIGARCH моделите да се предвиди **възможността за експериментиране на непълни модели,** както за ARFIMA, така и за FIGARCH частта на модела, защото това се отразява съществено на получените резултати.
9. За да се възползваме от гъвкавостта, която FIAPARCH моделите ни предоставят по отношение на степения показател, въпреки отсъствието на асиметрични ефекти е подходящо в G@RCH пакета да се предвиди **възможност да се отстрани параметъра APARCH(Gamma1) и да се запази APARCH(Delta) при несъществени асиметрични ефекти във волатилността, но при наличие на съществено отклонение на степения показател от този на FIGARCH модела.**

10. Тъй като при някои от разглежданите редове се установява, че подходящият модел за волатилността е линейна комбинация от FIGARCH и GARCH модели, като същевременно е налице асиметрична реакция на волатилността на положителните и отрицателните шокове, считаме, че е необходимо в G@RCH пакета да се включат **HYAPARCH** моделите, предложени от Schoffer (2003).

Направеният преглед на резултатите от проведеното в дисертационния труд изследване позволява да се твърди, че са изпълнени поставените задачи и е постигната научната цел. Те могат да намерят приложение както при други емпирични изследвания на дългата памет, така и при развитието на методите за изследването ѝ, и усъвършенстване на софтуера за приложението им.

IV. СПРАВКА ЗА ПРИНОСИТЕ В ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

В дисертационния труд се съдържат следните основни приносни моменти с научен и научно-приложен характер:

1. Извършено е комплексно изследване на дългата памет на доходността и волатилността на валутните курсове с помощта на голям набор от специфични методи и модели, като на тази основа са избрани подходящи спецификации на експериментиранияте модели с включена дълга памет и е установено наличието на асиметрични ефекти във волатилността на част от разглежданите валутни курсове.
2. Осъществен е сравнителен анализ на силните и слабите страни на използваните в изследването непараметрични и полупараметрични тестове за дълга памет, като са оборени някои твърдения на авторите им относно техните предимства и условия за приложение.
3. На базата на апробации с помощта на Монте Карло симулации и генерирани данни са въведени допълнителни ограничителни условия за приложение на част от разглежданите методи (модифицираната лог-периодограмна регресия на Phillips, подходът на Velasco с използване на прозорци от класа на Zhurbenko-Kolmogorov и двустъпковите ELW оценки на Shimotsu).
4. Добавена е възможността за тестване съгласуваността с GED, t -разпределението с параметри за положение и мащаб и асиметричното t -разпределение при методи, за които те не са предвидени от авторите им.
5. Разработени са или са модифицирани програми в средата на Matlab, позволяващи приложението в изследването на методи, които не са налични в Matlab или използвания в дисертационния труд статистически софтуер. Разработени са програми за реализиране на Монте Карло експерименти с цел изследване на свойствата на оценките на Whittle, които могат да намерят приложение и при други изследвания. Направени са предложения за промени и усъвършенстване на софтуера за приложение на някои от методите.

V. СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Научни статии

1. Желязкова, С. Разпределение на дневната "доходност" на валутните курсове, Изв. на Съюза на учените – Варна. Сер. Икономически науки, Варна: Съюз на учените, 2017, 2, 174 – 186.

Доклади

1. Желязкова, С. Тестове на хипотезата за случайно блуждаене на основата на данни за дневни, седмични и месечни валутни курсове. // Сборник с доклади от междунар. науч. конф. "Статистиката като наука, образование, професия и дейност", Варна : Наука и икономика, 2013, с. 205 – 210.
2. Желязкова, С. Тестове за дълга памет, приложени към валутните курсове. // Сборник с доклади от VIII междунар. науч. конф., "Икономиката в променящия се свят – национални, регионални и глобални измерения", Варна: Наука и икономика, 1, 2017, 557 – 561.
3. Желязкова, С. Моделиране дългата памет на волатилността на валутните курсове. // Сборник с доклади от науч. – практ. конф. "Статистиката като наука и практика – традиции и съвременни измерения", Свищов: Академично издателство "Ценов", 2017, 354 – 361.